Corrección del examen de **Matemáticas** Selectividad Junio 2019 **MADRID**

¡¡¡LO HEMOS VUELTO A CONSEGUIR!!!

La segunda edición del libro "Unas Matemáticas Para Todos" ha respondido al 100% de las preguntas de ambas opciones en el examen de Matemáticas de Selectividad 2019 de Madrid

Os dejo la corrección de mi genial compañero y co-autor de "Unas Matemáticas Para Todos"- Sergio Castro (Profesor10deMates).

Estamos MUY orgullosos de la ayuda que nuestro libro "Unas Matemáticas para Todos" ha prestado a esta comunidad y seguiremos trabajando en mejorarlo todo lo posible. Aprovechamos la ocasión para dar las gracias a todas aquellas personas que se han animado a estudiar con esta metodología. Vuestros mensajes de agradecimiento y apoyo a esta labor han sido muy importantes. La mejor recompensa es ser testigo de cómo conseguís mejorar vuestras notas y alcanzar todas vuestras metas académicas ☺

Academia Osorio continuará su enseñanza especializada en Química, Matemáticas y Biología, así como el lanzamiento en Septiembre de la siguiente edición de los libros "Una Química para Todos" , "Unas Matemáticas para Todos"y "Una Biología Para Todos" que incluirá todas las actualizaciones, novedades y mejoras para el curso 2019/2020 con el objetivo de hacerlo lo más completo posible y seguir cumpliendo su meta de obtener las mejores calificaciones, facilitando el entendimiento de estas materias.

www.unaquimicaparatodos.com

Atentamente, vuestros amigos y vecinos:

Pablo Osorio Lupiáñez // Sergio Castro // Eduardo Kayser

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas la matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & a & 2 & 2-a \\ -1 & 2 & a & a-2 \end{pmatrix}$ y $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1.5 puntos) Estudiar el rango de A en función del parámetro real a.

b) (1 punto) Calcular, si es posible, la inversa de la matriz AM para el caso $a = 0$.

OPCIÓN A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & a & 2 & 2-a \\ -1 & 2 & a & a-2 \end{pmatrix}$$

Madrid Junio 2019
1A a)

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & 2 & a \end{vmatrix} = (a^2+8-6) - (-4a+4+3a) = a^2+2+a-4 = a^2+a-2$$

$$a^2+a-2=0 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \begin{cases} \frac{-1+3}{2} = 1 \\ \frac{-1-3}{2} = -2 \end{cases}$$

$\boxed{\text{Si } a \neq 1 \text{ y } a \neq -2 \quad rg(A) = 3}$

Ahora voy a estudiar los rangos de A para a=1 y a=-2 por el método de Gauss, al ser una matriz 3x4 creo que es más sencillo.

Si a=-2

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & -2 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2+F_3} \begin{array}{cccc} 1 & -2 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & -2 & -4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{-F_1+F_2} \begin{array}{cccc} -1 & -3 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 4 \\ \hline 0 & -5 & -2 & 3 \end{array} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -5 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\boxed{rg(A) = 2}$

Si a=1

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-F_1+F_2} \begin{array}{cccc} -1 & -3 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ \hline 0 & -2 & -2 & 0 \end{array} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1+F_3} \begin{array}{cccc} 1 & 3 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ \hline 0 & 5 & 5 & 0 \end{array} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 5 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{5F_2+2F_3} \begin{array}{cccc} 0 & -10 & -10 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\boxed{rg(A) = 2}$

luego

Si $a \neq 1$ y $a \neq -2$	$rg(A) = 3$
Si $a = 1$	$rg(A) = 2$
Si $a = -2$	$rg(A) = 2$

Para $a=0$ la inversa de AM

$$A=\begin{pmatrix}1&3&4&1\\1&0&2&2\\-1&2&0&-2\end{pmatrix}\quad M=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

Madrid Junio 2019

1A (b)

$$A_{3\times4}\,M_{4\times3}=S_{3\times3}$$

$$S=A\cdot M=\begin{pmatrix}1&3&4&1\\1&0&2&2\\-1&2&0&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3&1\\1&0&2\\-1&2&-2\end{pmatrix}$$

$$|S|=\begin{vmatrix}1&3&1\\1&0&2\\-1&2&-2\end{vmatrix}=(0-6+2)-(0+4-6)=(-4)-(-2)=-4+2=-2\neq0$$

existe la inversa.

1º $|S|=-2$

2º
$$\operatorname{adj}(S)=\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}0&2\\2&-2\end{vmatrix}&-1\begin{vmatrix}1&2\\-1&-2\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&0\\-1&2\end{vmatrix}\\-1\begin{vmatrix}3&1\\2&-2\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&1\\-1&-2\end{vmatrix}&-1\begin{vmatrix}1&3\\-1&2\end{vmatrix}\\\begin{vmatrix}3&1\\0&2\end{vmatrix}&-1\begin{vmatrix}1&1\\1&2\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&3\\1&0\end{vmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4&0&2\\8&-1&-5\\6&-1&-3\end{pmatrix}$$

3º
$$\operatorname{adj}(S^T)=\begin{pmatrix}-4&8&6\\0&-1&-1\\2&-5&-3\end{pmatrix}$$

4º
$$S^{-1}=\frac{\begin{pmatrix}-4&8&6\\0&-1&-1\\2&-5&-3\end{pmatrix}}{-2}=\boxed{\begin{pmatrix}2&-4&-3\\0&1/2&1/2\\-1&5/2&3/2\end{pmatrix}}$$

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dada $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$, donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano, definida para $x > 0$, se pide:

a) (0.5 puntos) Calcular, en caso de que exista, una asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$.

b) (1 punto) Encontrar un punto de la curva $y = f(x)$ en el que la recta tangente a dicha curva sea horizontal y analizar si dicho punto es un extremo relativo.

c) (1 punto) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$ y $x = e$.

$f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$

2A Madrid Junio 2019

a) Asíntota horizontal

OJO!! muy importante el Dominio $x>0$ $(0, +\infty)$

AH

$y = \lim_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = \left(\dfrac{\infty}{\infty}\right) \overset{L'H}{=} \lim_{x \to +\infty} \dfrac{1/x}{1} = 0$ $\boxed{y=0 \text{ AH } x \to +\infty}$

$y = \lim_{x \to -\infty} f(x)$ No existe (Fíjate en el Dominio)

b) Encontrar un punto de la curva $y=f(x)$ en que la recta tangente es horizontal y analizar si dicho punto es un extremo relativo.

Tangente horizontal $\Rightarrow f'(x)=0$

$f(x) = \dfrac{\ln x}{x} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1/x \cdot x - 1 \cdot \ln x}{x^2} = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$

$\dfrac{1-\ln x}{x^2} = 0$ $1 - \ln x = 0$ $\ln x = 1 \Rightarrow \boxed{x=e}$

Recordatorio

$\ln \infty = \infty$

$\ln e = 1$

$\ln 1 = 0$

$\ln 0 = -\infty$

$\ln -\infty$ $\nexists$

$f'(1) = +$ e $f'(3) = -$

0 $+\infty$

Max relativo en $x=e$ $\Rightarrow f(e) = \dfrac{\ln e}{e} = 1/e$ $\boxed{(e, 1/e)}$

2A Madrid Junio 2019

ⓒ Calcular el área del recinto limitado por $f(x)$ y las rectas $y=0$ $x=e$

$\left.\begin{array}{l} f(x) = \dfrac{\ln x}{x} \\ y=0 \end{array}\right\}$ $\dfrac{\ln x}{x} = 0$ $\ln x = 0$ $\boxed{x=1}$

$A = \displaystyle\int_1^e \dfrac{\ln x}{x}\,dx = \left[\dfrac{(\ln x)^2}{2}\right]_1^e = \dfrac{(\ln e)^2}{2} - \dfrac{(\ln 1)^2}{2} = \dfrac{1}{2} u^2$

$\boxed{A = 1/2 \, u^2}$

resuelvo la integral a parte primero

$\displaystyle\int \dfrac{\ln x}{x}\,dx = \int \dfrac{1}{x} \cdot (\ln x)^1\,dx = \dfrac{(\ln x)^2}{2} = \dfrac{(\ln x)^2}{2} + C$

$\boxed{\displaystyle\int u' \cdot (u)^n\,dx = \dfrac{(u)^{n+1}}{n+1} + C}$

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-2} = z$ y la recta s que pasa por el punto $(2,-5,1)$ y tiene dirección $(-1,0,-1)$, se pide:

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de las dos rectas.

b) (1 punto) Calcular un plano que sea paralelo a r y contenga a s.

c) (0.5 puntos) Calcular un plano perpendicular a la recta r y que pase por el origen de coordenadas.

Madrid Junio 2019 A.3

$r \quad \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-2} = z \qquad s \equiv \begin{cases} P_s(2,-5,1) \\ \vec{v}_s(-1,0,-1) \end{cases}$

$\vec{v}_r(2,-2,1)$

$P_r(1,3,0)$

$\overrightarrow{P_rP_s} = P_s - P_r = (1,-8,1)$

a) Posición relativa entre las 2 rectas

1º Vamos a hacer un recordatorio

$A^* = \begin{pmatrix} \vec{v}_r \\ \vec{v}_s \\ \overrightarrow{P_rP_s} \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} \vec{v}_r \\ \vec{v}_s \end{pmatrix}$

Si $rg(A^*) = 3 \neq rg(A) = 2$ se cruzan

Si $rg(A^*) = 2 = rg(A)$ se cortan

Si $rg(A^*) = 2 \neq rg(A) = 1$ Paralelas

Si $rg(A^*) = 1 = rg(A)$ Coincidentes

$$|A^*| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & -8 & 1 \end{vmatrix} = (0+2+8) - (0+16+2) = 10 - 18 = -8 \neq 0$$

$\boxed{rg(A^*) = 3 \neq rg(A) = 2 \text{ se cruzan}}$

b) Plano // r y que contenga a s

$$\pi \equiv \begin{cases} P_s \\ \vec{v}_s \\ \vec{v}_r \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} x-2 & y+5 & z-1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = [0 - 2(y+5) + 2(z-1)] - [0 + 2(x-2) - 1(y+5)] =$$

$$= [-2y - 10 + 2z - 2] - [2x - 4 - y - 5] =$$

$$= -2y - 10 + 2z - 2 - 2x + 4 + y + 5 = -2x - y + 2z - 3 = 0$$

$\boxed{\pi \equiv -2x - y + 2z - 3 = 0}$

c) Plano perpendicular a r y que pase por (0,0,0)

$$\alpha \equiv \begin{cases} \vec{n} = \vec{v}_r = (2,-2,1) \\ P = (0,0,0) \end{cases} \rightarrow 2x - 2y + 1z + D = 0$$

$$2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + D = 0 \qquad D = 0$$

$\boxed{\alpha \equiv 2x - 2y + z = 0}$

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

La probabilidad de que un pez de una determinada especie sobreviva más de 5 años es del 10 %. Se pide:

a) (1 punto) Si en un acuario tenemos 10 peces de esta especie nacidos este año, hallar la probabilidad de que al menos dos de ellos sigan vivos dentro de 5 años.

b) (1.5 puntos) Si en un tanque de una piscifactoría hay 200 peces de esta especie nacidos este mismo año, usando una aproximación mediante la distribución normal correspondiente, hallar la probabilidad de que al cabo de 5 años hayan sobrevivido al menos 10 de ellos.

4A Madrid Junio 2019

$p = 0{,}1$

$q = 0{,}9$

a) $n = 10$ Distribución Binomial $B(n,p)$; $B(10, 0{,}1)$ $\boxed{P(X=r) = \binom{n}{r} p^r \cdot q^{n-r}}$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$

$P(X<2) = P(X=0) + P(X=1)$

$P(X=0) = \binom{10}{0} \cdot 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^{10} = 0{,}3487$

$P(X=1) = \binom{10}{1} 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^9 = 0{,}3874$

luego $P(X<2) = 0{,}3487 + 0{,}3874 = \boxed{0{,}7361}$

Entonces $P(X \geq 2) = 1 - 0{,}7361 = \boxed{0{,}2639}$

b) $n = 200$

$p = 0{,}1$

$q = 0{,}9$

Aproximamos la distribución Binomial a normal

$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}1 = 20$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} = 4{,}24$

Tipificamos

$B(200, 0{,}1) \longrightarrow N(20, 4{,}24)$

$P(Y \geq 10) = P(X \geq 10 - 0{,}5) = P(X \geq 9{,}5) = P\left(Z \geq \frac{9{,}5 - 20}{4{,}24}\right) =$

corrección por continuidad

$= \boxed{P(Z \geq -2{,}48) = 0{,}9934}$

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una estudiante pidió en la cafetería 3 bocadillos, 2 refrescos y 2 bolsas de patatas y pagó un total de 19 euros. Al mirar la cuenta comprobó que le habían cobrado un bocadillo y una bolsa de patatas de más. Reclamó y le devolvieron 4 euros.
Para compensar el error, el vendedor le ofreció llevarse un bocadillo y un refresco por solo 3 euros, lo que suponía un descuento del 40 % respecto a sus precios originales. ¿Cuáles eran los respectivos precios sin descuento de un bocadillo, de un refresco y de una bolsa de patatas?

OPCIÓN B

1B Junio 2019 Madrid Problema a resolver por Gauss

Bocadillos $\to x$ Refrescos $\to y$ Patatas $\to z$

- pidió 3 bocadillos, 2 refresco, 2 patatas y le cobraron 19 euros, pero le habían cobrado 1 bocadillo y 1 patatas de más luego

$$(3+1)x + 2y + (2+1)z = 19 \Rightarrow \boxed{4x+2y+3z=19}$$

- Reclamó y le devolvieron 4 euro $\Rightarrow$ luego el bocadillo y las patatas valen 4 euros.

$$\boxed{x+z=4}$$

- Un bocadillo y un refresco por 3 euros, lo que suponía un descuento del 40% (luego paga el 60%)

$$\frac{60}{100}x + \frac{60}{100}y = 3 \Rightarrow 60x+60y=300 \Rightarrow 6x+6y=30$$

$$\Rightarrow \boxed{x+y=5}$$

$$\begin{cases} 4x+2y+3z=19 \\ x \qquad\quad +z=4 \\ x+y \qquad\quad =5 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y \qquad\quad =5 \\ x \qquad\quad +z=4 \\ 4x+2y+3z=19 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{-4E_1+E_3} \quad \begin{array}{r} -4x-4y \qquad = -20 \\ 4x+2y+3z=19 \\ \hline -2y+3z=-1 \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y \qquad\quad =5 \\ x \qquad\quad +z=4 \\ -2y+3z=-1 \end{cases} \quad \xrightarrow{-E_1+E_2} \quad \begin{array}{r} -x-y \qquad =-5 \\ x \qquad +z=4 \\ \hline -y+z=-1 \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y \qquad =5 \\ -y+z=-1 \\ -2y+3z=-1 \end{cases} \quad \xrightarrow{-2E_2+E_3} \quad \begin{array}{r} 2y-2z=2 \\ -2y+3z=-1 \\ \hline z=1 \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y \qquad =5 \\ -y+z=-1 \\ \boxed{z=1} \end{cases} \to \boxed{y=2} \to \boxed{x=3}$$

Bocadillo 3€
Refresco 2€
Patatas 1€

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = \sqrt{4x^2 - x^4}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar su dominio.

b) (1.5 puntos) Determinar sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

c) (0.5 puntos) Calcular los límites laterales $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x}$.

2B Madrid Junio 2018

$f(x) = \sqrt{4x^2 - x^4}$

a) Dominio. Cuidado el Dominio es muy importante, solo existen raíces pares de números positivos, luego lo que está dentro de la raíz tiene que ser ≥ 0

$4x^2 - x^4 \geq 0 \qquad x^2(4 - x^2) = 0 \qquad \begin{cases} x^2 = 0 & \boxed{x = 0} \\ 4 - x^2 = 0 & \boxed{x = \sqrt{4} = \pm 2} \end{cases}$

$-\qquad -2 \qquad + \qquad 0 \qquad + \qquad 2 \qquad -$

$x = -3 \Rightarrow 4(-3)^2 - (-3)^4 = -45 \ (-)$

$x = -1 \Rightarrow 4(-1)^2 - (-1)^4 = 3 \ (+)$

$x = 1 \Rightarrow 4(1)^2 - (1)^4 = 3 \ (+)$

$x = 3 \Rightarrow 4(3)^2 - (3)^4 = -45 \ (-)$

$\Rightarrow \boxed{\text{Dom } f(x) \equiv [-2, 2]}$

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

$f(x) = \sqrt{4x^2 - x^4} \qquad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4x^2 - x^4}} \cdot (8x - 4x^3) = 0 \qquad 8x - 4x^3 = 0$

$x(8 - 4x^2) = 0 \begin{cases} \boxed{x = 0} \\ 8 - 4x^2 = 0 \quad x^2 = 2 \quad \boxed{x = \pm\sqrt{2}} \end{cases}$

luego

$-2 \qquad f'(-1{,}5) = + \quad -\sqrt{2} \quad f'(-1) = - \quad 0 \quad f'(1) = + \quad +\sqrt{2} \quad f'(1{,}5) = - \qquad 2$

$\nearrow \qquad \searrow \qquad \nearrow \qquad \searrow$

Creciente $(-2, -\sqrt{2}) \cup (0, \sqrt{2})$

Decreciente $(-\sqrt{2}, 0) \cup (\sqrt{2}, 2)$

MADRID JUNIO 2019

2c

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{4x^2-x^4}}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x^2(4-x^2)}}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\cancel{x}\sqrt{4-x^2}}{\cancel{x}}=\boxed{2}$$

Ahora fíjate lo que vamos a hacer en $x\to 0^-$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{4x^2-x^4}}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x^2(4-x^2)}}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{-\cancel{x}\sqrt{4-x^2}}{\cancel{x}}\ (*)=$$

$$=\lim_{x\to 0^-}-\sqrt{4-x^2}=\boxed{-2}$$

(*) Interesante: Como el nº que sale de la raíz tiene que ser positivo, y $x\to 0^-$, tengo que ponerle un signo $\ominus$, así $\ominus\cdot\ominus$ es $\oplus$

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados el punto $A(2,1,0)$ y el plano $\pi \equiv\ 2x+3y+4z=36$, se pide:

a) (0.75 puntos) Determinar la distancia del punto A al plano π.

b) (1 punto) Hallar las coordenadas del punto del plano π más próximo al punto A.

c) (0.75 puntos) Hallar el punto simétrico de A respecto al plano π.

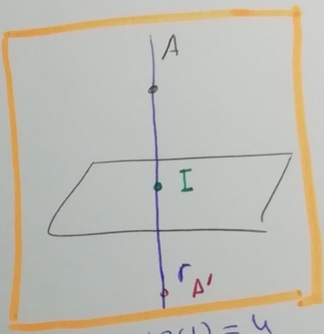
3.B Mate II Madrid Junio 2019

a) $A(2,1,0)$ $\pi \equiv 2x+3y+4z=36$ ¡¡OJO!! $\Rightarrow$ $2x+3y+4z-36=0$

¿$d(A,\pi)$?

$$d(A,\pi)=\frac{|2(2)+3(1)+4\cdot 0-36|}{\sqrt{(2)^2+(3)^2+(4)^2}}=\frac{|4+3-36|}{\sqrt{29}}=\frac{|-29|}{\sqrt{29}}=\frac{29}{\sqrt{29}}$$

$$\boxed{d(A,\pi)=\frac{29}{\sqrt{29}}=\sqrt{29}\ u}$$



1º $r \equiv \begin{cases} A(2,1,0) \\ \vec{v}_r=\vec{n}=(2,3,4) \end{cases}$ $\begin{cases} x=2+2r \\ y=1+3r \\ z=0+4r \end{cases}$

$\boxed{I \Rightarrow r \cap \pi}$

$2(2+2r)+3(1+3r)+4(0+4r)=36$

$4+4r+3+9r+16r=36$

$29r=29$ $\boxed{r=29/29=1}$ $\Rightarrow I=\begin{cases} x=2+2(1)=4 \\ y=1+3(1)=4 \\ z=0+4(1)=4 \end{cases}$

2º $\boxed{I=(4,4,4)}$ punto del plano π más próximo a A

3º $I=\frac{A+A'}{2}$ $A'=2I-A=2(4,4,4)-(2,1,0)=$

$=(8,8,8)-(2,1,0)=\boxed{(6,7,8)\ \text{Simétrico}}$

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

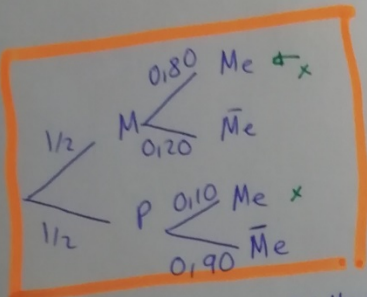
Una compañía farmacéutica vende un medicamento que alivia la dermatitis atópica en un 80 % de los casos. Si un enfermo es tratado con un placebo, la probabilidad de mejoría espontánea es del 10 %. En un estudio experimental, la mitad de los pacientes han sido tratados con el medicamento y la otra mitad con un placebo.

a) (1 punto) Determinar cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado.

b) (1.5 puntos) Si un paciente elegido al azar ha mejorado, hallar la probabilidad de que haya sido tratado con el medicamento.

4B Madrid 2019 Junio

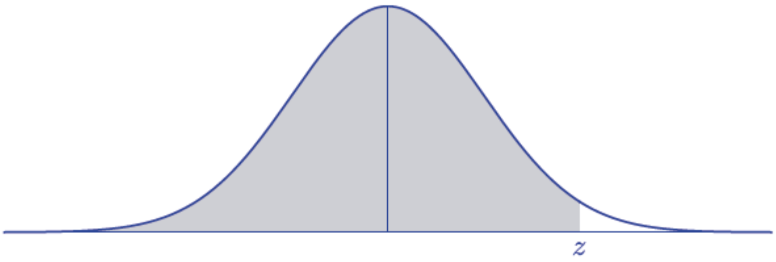
M → "Medicamento"
P → "placebo"
Me → "Mejora"
$\overline{Me}$ → "No mejora"



a) $P(Me) = P(M) \cdot P(Me/M) + P(P) \cdot P(Me/P) = 1/2 \cdot 0{,}8 + 1/2 \cdot 0{,}1 = \boxed{0{,}45}$

b) $P\left(\frac{M}{Me}\right) = \frac{P(M \cap Me)}{P(Me)} = \frac{1/2 \cdot 0{,}8}{1/2 \cdot 0{,}8 + 1/2 \cdot 0{,}1} = \frac{0{,}4}{0{,}45} = \boxed{0{,}89}$

Distribución Normal



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990